STRUKTURE PODATAKA I ALGORITMI

Predavanje 14

Ishod 6

1

Rječnici

- Rječnik (engl. *dictionary, associative array, map, symbol table*) je kontejner koji sadrži kolekciju parova (ključ, vrijednost) i koji pruža operacije:
  - Dodavanje novog para
  - Uklanjanja para
  - Modifikaciju vrijednosti postojećeg para (ali ne i ključa)
  - Dohvat vrijednosti prema zadanom ključu (naglasak)
- U nekim programskim jezicima (Python) su ugrađeni tipovi
- Dva glavna smjera implementacije rječnika su:
  - *Hash* tablice
  - Binarna stabla traženja (ishod 4)

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

2

Usporedba smjerova implementacija rječnika

- Naglasak na brzom pretraživanju, umetanju i brisanju

Underlying data structure	Lookup		Insertion		Deletion		Ordered
	average	worst case	average	worst case	average	worst case	
Hash table	O(1)	O(*n*)	O(1)	O(*n*)	O(1)	O(*n*)	No
Self-balancing binary search tree	O(log *n*)	O(log *n*)	O(log *n*)	O(log *n*)	O(log *n*)	O(log *n*)	Yes
unbalanced binary search tree	O(log *n*)	O(*n*)	O(log *n*)	O(*n*)	O(log *n*)	O(*n*)	Yes
Sequential container of key-value pairs (e.g. association list)	O(*n*)	O(*n*)	O(1)	O(1)	O(*n*)	O(*n*)	No

Rječnici stablima	Rječnici *hash* tablicama
Elementi su sortirani	Elementi nisu sortirani
Troši manje memorije	Troši više memorije
Bolje ako ima umetanja i/ili brisanja	Bolje ako dominira pretraživanje
Garantirane performanse	Performanse mogu varirati

Preuzeto s:
en.wikipedia.org

3

TABLICE S DIREKTNIM ADRESIRANJEM

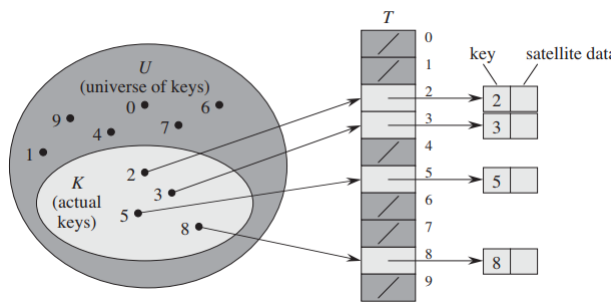
4

Uvod

- **Tablice s direktnim adresiranjem** (engl. *direct-address tables*) su poseban, jednostavan slučaj *hash* tablica
  - Odlične ako imamo relativno mali broj jedinstvenih ključeva i ako razlika najmanjeg i najvećeg ključa nije prevelika
  - Ne koristi se u praksi
- Osnova tablica s direktnim adresiranjem je polje
  - Mjesto u polju na nekom indeksu se naziva ***slot*** ili ***bucket***
  - Svaki mogući ključ ima za sebe rezervirano jedno mjesto u polju
    - Indeks rezerviranog mjesta je jednak ključu

5

Primjer tablice s direktnim adresiranjem



- Varijacije:
  - Ponekad u *slotu* umjesto pokazivača čuvamo izravno podatke
  - Ponekad uopće ne čuvamo ključ jer je sâm indeks u stvari ključ
  - Potrebno pravilno definirati prazan *slot*

Preuzeto iz Cormen et al: Introduction to Algorithms

6

Operacije

- Kako bismo implementirali tri rječničke operacije:
  - SEARCH(key)
    - return polje[key]
  - INSERT(key, value)
    - polje[key] ← value
  - DELETE(key)
    - polje[key] ← NULL
- Kolika je složenost svake operacije?
  - $O(1)$
  - Fantastično, ali nepraktično za realne uvjete: potrebno veliko, vjerojatno slabo iskorišteno polje (npr. ključevi 2, 7 i 545.000)

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

7

HASH TABLICE

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

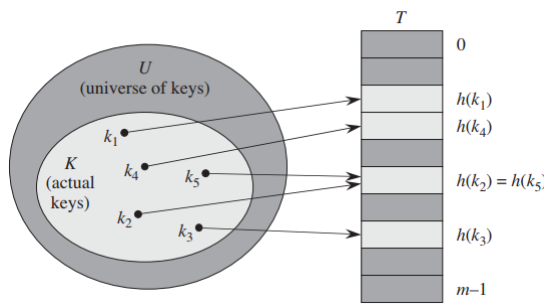
8

Hash tablice

Underlying data structure	Lookup		Insertion		Deletion		Ordered
	average	worst case	average	worst case	average	worst case	
Hash table	O(1)	O(*n*)	O(1)	O(*n*)	O(1)	O(*n*)	No

- *Hash* tablice imaju konstantnu složenost samo u najboljem i srednjem slučaju
  - U najgorem slučaju daju neprihvatljivu linearnu složenost
- Ideja: element s ključem key ćemo smjestiti na indeks ***h*(*key*)**
  - Koristimo ***hash* funkciju** *h* kako bismo od ključa izračunali indeks
  - To nam omogućava da imamo polje koje je znatno manje od ukupnog broja ključeva
- *Hash* funkcija može više ključeva pretvarati u isti indeks, što se naziva **kolizija** (engl. *collision*)

Primjer *hash* tablice



- Pronađite koliziju

Preuzeto iz Cormen et al: Introduction to Algorithms

Hash funkcije

- *Hash* funkcija je funkcija koja pretvara (*hashira*) zadani ključ u indeks polja
  - S jedne strane spektra su tzv. tablice s direktnim adresiranjem
    - ***h*(*key*) = *key***
      - Indeks je jednak ključu (svaki ključ ima "rezervirano" mjesto)
    - Potrebna su velika, potencijalno slabo iskorištena polja
  - Druga krajnost bi bila funkcija ***h*(*key*) = *x***
    - Sve ključeve pretvara u isti indeks *x* (kolizije)
- Dobre *hash* funkcije su negdje između tih krajnosti
  - One ravnomjerno pretvaraju ključeve u indekse tako da u svaki indeks bude pretvoren otprilike jednak broj ključeva

Rješavanje kolizija

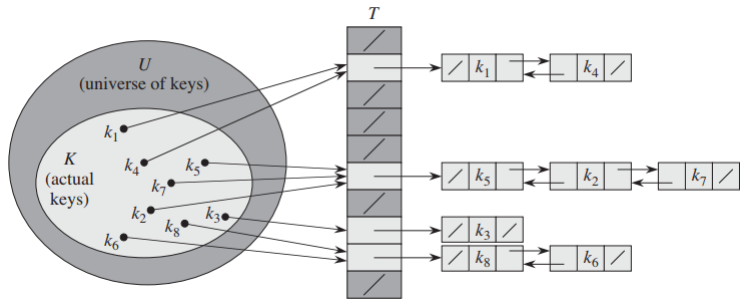
- Pošto *hash* funkcija može više ključeva pretvoriti u isti indeks, potrebno je o tome voditi računa
- Glavni načini **rješavanja kolizija**:
  - Kod tablica s direktnim adresiranjem kolizija je izbjegnuta funkcijom *h*(*key*) = *key*
  - Ulančavanje (engl. *chaining*)
  - Otvoreno adresiranje (engl. *open addressing*)

ULANČAVANJE

13

Ulančavanje

- Kod ulančavanja, sve ključeve koji se *hashiraju* u isti *slot* stavljamo u **povezanu listu** koja pripada tom *slotu*
  - Svaki *slot* sadrži ili povezanu listu ili `nullptr`



Preuzeto iz Cormen et al:
Introduction to Algorithms

14

Operacije

- Pogledajmo kako bismo na *hash* tablici s ulančavanjem implementirali tri rječničke operacije:
  - SEARCH(key)
    - Izračunaj *hash* vrijednost na osnovu ključa
    - Pronađi i vrati zapis sa zadanim ključem iz liste u izračunatom *slotu*
  - INSERT(key, value)
    - Izračunaj *hash* vrijednost na osnovu ključa
    - U listu u izračunatom *slotu* umetni ključ i vrijednost
  - DELETE(key)
    - Izračunaj *hash* vrijednost na osnovu ključa
    - Ukloni zapis sa zadanim ključem iz liste u izračunatom *slotu*

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

15

Primjer

- Pretpostavimo da imamo *hash* tablicu s poljem od 7 elementa te h*ash* funkcijom: *h*(*key*) = *key* mod 7. Nacrtajmo kako izgleda *hash* tablica nakon umetanja podataka:

```
1     Danijel Subašić
2     Lovre Kalinić
3     Dominik Livaković
4     Vedran Ćorluka
6     Domagoj Vida
7     Ivan Strinić
8     Šime Vrsaljko
9     Josip Pivarić
10    Tin Jedvaj
11    Dejan Lovren
12    Matej Mitrović
13    Luka Modrić (C)
14    Ivan Rakitić
15    Ivan Perišić
16    Mateo Kovačić
17    Marko Rog
18    Marcelo Brozović
19    Milan Badelj
20    Mario Mandžukić
21    Nikola Kalinić
22    Andrej Kramarić
23    Marko Pjaca
```

- Što bi se promijenilo da koristimo *h*(*key*) = 0?

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

16

Performanse (1/2)

- Performanse umetanja:
  - Ako dopuštamo duple ključeve: $O(1)$
  - Ako ne dopuštamo duple ključeve: $O(k)$, gdje je k broj elemenata u *slotu*
    - Moramo pregledati sve elemente u *slotu* i provjeriti postoji li ključ
  - Ako znamo da je ključ jedinstven: $O(1)$
- Performanse brisanja:
  - Općenito: $O(k)$
  - Ako imamo iterator na element i ako je lista dvostruka: $O(1)$

Performanse (2/2)

- Performanse pretraživanja:
  - Definiramo **faktor opterećenja** (engl. *load factor*): $\alpha = \frac{n}{m}$
    - n je broj elemenata
    - m je broj *slotova*
  - Preduvjet 1: dok god je faktor opterećenja oko ili ispod 1, pretraživanje će u prosječnom slučaju biti $\Theta(1)$
    - $n << m$ => α pada prema 0 => raste neiskorištenost prostora
    - $n >> m$ => α raste => performanse padaju
    - $n \approx m$ => α oko 1 => optimum
  - Preduvjet 2: *hash* funkcija radi dobar posao
    - Inače nam faktor opterećenja ne igra nikakvu ulogu

Zadatak

- Uzmimo ključeve od 1 do 100 i smjestimo u vlastitu jednostavnu implementaciju *hash* tablice s ulančavanjem (vrijednost neka bude kvadrat ključa). Koristimo *hash* funkciju *h(key)* = *key* mod 31. Ispišimo raspodjelu ključeva po *bucketima* te demonstrirajmo traženje.

Rješenje – main

```
int main() {
    hash_table ht;
    for (int i = 1; i <= 100; i++) {
        ht.insert(i, i*i);
    }

    ht.print();

    int n;
    cout << "Upisite broj: ";
    cin >> n;
    cout << "Kvadrat broja je: " << ht.search(n) << endl;

    return 0;
}
```

Rješenje – zaglavlje

```
struct entry {
    int key;
    int value;
    entry(int key, int value) {
        this->key = key;
        this -> value = value;
    }
};

class hash_table {
private:
    list<entry> ARRAY[31];
    int h(int key);
public:
    void insert(int key, int value);
    int search(int key);
    void print();
};
```

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

21

Rješenje – implementacija (1/2)

```
int hash_table::h(int key) {
   return key % 31;
}

void hash_table::insert(int key, int value) {
   int slot = h(key);
   ARRAY[slot].push_back(entry(key, value));
}

void hash_table::print() {
   for (int i = 0; i < 31; i++) {
       cout << "Slot " << i << ": ";
       for (auto it = ARRAY[i].begin(); it !=
                                       ARRAY[i].end(); ++it) {
           cout << "key=" << it->key << " ";
       }
       cout << endl;
   }
```

ALGEBRA BERNAYS SVEUČILIŠTE

22

Rješenje – implementacija (2/2)

```
int hash_table::search(int key) {
    int slot = h(key);
    for (auto it = ARRAY[slot].begin(); it !=
                                    ARRAY[slot].end(); ++it) {
        if (it->key == key) {
            return it->value;
        }
    }
    return -1;
}
```