

## Neprekidne slučajne varijable - zadaci za ponavljanje

1. Zadana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \alpha x & , 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & , \text{inače} \end{cases},$$

gdje je  $\alpha$  neka realna konstanta.

- (a) Odredite konstantu  $\alpha$  tako da  $f$  bude gustoća razdiobe slučajne varijable  $X$ . Skicirajte graf funkcije  $f$ !
- (b) Odredite funkciju razdiobe  $F(x)$  i skicirajte njezin graf.
- (c) Izračunajte vjerojatnost događaja  $\{1 < X < 2\}$ .
- (d) Izračunajte vjerojatnost događaja  $\{1.5 < X < 3\}$ .

2. Neka je  $X$  slučajna varijabla zadana funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2 + \frac{3}{2}x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

Izračunajte konstantu  $C$  te izračunajte očekivanje slučajne varijable  $X$ .

3. Slučajna varijabla  $X$  dana je funkcijom razdiobe

$$F(x) = 2x - x^2, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Izračunajte disperziju slučajne varijable  $X$ .

- 4. Slučajna varijabla  $X$  ima jednoliku razdiobu na intervalu  $[a, b]$ . Odredite tu razdiobu ako je poznato da je  $E(X) = 4$  i  $D(X) = 3$ .
- 5. Vrijeme ispravnog rada nekog uređaja je slučajna varijabla distribuirana po eksponencijalnom zakonu s očekivanjem 5 mjeseci. Kolika je vjerojatnost da će se uređaj pokvariti tijekom trećeg mjeseca, ako je poznato da se tijekom prva dva mjeseca nije nalazio u kvaru?
- 6. Slučajna varijabla zadana je gustoćom razdiobe  $f(x) = \frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}$ ,  $x > 0$ . Izračunajte vjerojatnosti događaja  $A = \{X > 3\}$  i  $B = \{X > 10 | X > 7\}$ .
- 7. Vrijeme ispravnog rada elektromotora je slučajna varijabla s eksponencijalnom razdiobom. Ako je poznato da će s vjerojatnošću 0.4 elektromotor raditi ispravno tijekom jedne godine, kolika je vjerojatnost da će od 7 takvih uređaja njih barem 2 ispravno raditi tijekom prvih 6 mjeseci?
- 8. Neka je  $X \sim \mathcal{N}(2, 9)$ . Izračunajte vjerojatnost  $P(5 < X < 8)$ .
- 9. Slučajna varijabla  $X$  ima normalnu razdiobu s očekivanjem  $a = 2$  i vrijedi  $P(X > 4) = 0.3085$ . Izračunajte vjerojatnost događaja  $\{-4.5 < X < -2.5\}$ .
- 10. Greška pri mjerenju neke veličine je normalna slučajna varijabla  $X$  s očekivanjem 4 mm. Kolika je disperzija te slučajne varijable ako je poznata vjerojatnost  $P(2 < X < 6) = 0.8664$ .

11. Godišnja količina  $X$  oborina u nekom mjestu izražena u litrama po metru kvadratnom je normalna slučajna varijabla s očekivanjem  $370 \text{ l/m}^2$ . Ako vjerojatnost da je ta godišnja količina između  $10 \text{ l/m}^2$  i  $730 \text{ l/m}^2$  iznosi  $99.73\%$ , izračunajte vjerojatnost da ona premaši  $450 \text{ l/m}^2$ .
12. Vjerojatnost rođenja dječaka približno je jednaka  $0.51$ . Kolika je vjerojatnost da među  $10000$  novorođene djece bude barem  $5000$  dječaka?
13. Izračunajte vjerojatnost da u  $16000$  bacanja ispravnog novčića broj pisama bude manji od  $8100$ .
14. Točka se bira na sreću unutar kvadrata stranice  $1$ . Kolika je vjerojatnost da će od  $50$  odabranih točaka barem  $40$  pasti unutar kruga upisanog tom kvadratu?
15. Težina proizvoda  $A$  je normalna slučajna varijabla s očekivanjem  $3$  i standardnom devijacijom  $0.7$ , a težina proizvoda  $B$  je normalna slučajna varijabla s očekivanjem  $4$  i standardnom devijacijom  $0.2$ . Ako na prvi krak vage stavimo  $6$  proizvoda tipa  $A$ , a na drugi krak iste vage  $5$  proizvoda tipa  $B$ , kolika je vjerojatnost da će drugi krak pretegnuti.
16. Neka su  $X, Y, Z$  međusobno nezavisne slučajne varijable s normalnim razdiobama  $X \sim \mathcal{N}(2, 1)$ ,  $Y \sim \mathcal{N}(4, 2)$ ,  $Z \sim \mathcal{N}(3, 3)$ . Izračunajte vjerojatnost događaja  $P\left(\frac{X+Y}{2} > Z\right)$ .
17. Nezavisne slučajne varijable  $X$  i  $Y$  podvrgavaju se normalnim razdiobama s očekivanjima  $a_X = 2$ ,  $a_Y = 3$  te jednakim disperzijama koje su nepoznate. Odredite kolika je ta disperzija ako događaj  $\{X > Y\}$  ima vjerojatnost  $40\%$ .