

I1 – Osnovni elementi kombinatorike. Vjerojatnost

1. Koliko ima šestoznamenkastih brojeva
 - (a) koji imaju jednu znamenku 1, dvije znamenke 2 i tri znamenke 3,
 - (b) koji imaju barem jednu znamenku 3,
 - (c) koji imaju točno tri znamenke 3,
 - (d) koji imaju sve neparne znamenke,
 - (e) koji su parni i imaju sve različite znamenke?
2. U upravnom odboru neke firme ima 18 računaraca, 15 matematičara, 12 ekonomista i 10 pravnika. Na koliko načina možemo odabrati osmeročlanu delegaciju tako da
 - (a) ona ima po dva predstavnika iz svake struke,
 - (b) svi predstavnici budu iz iste struke?
3. Neka su A i B događaji takvi da je $P(A) = 0.25$, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2$ i $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.9$. Izračunajte vjerojatnosti sljedećih događaja:
 - (a) $P(B)$,
 - (b) $P(A \cup B)$,
 - (c) $P(\overline{A} \cap B)$.
4. U skladištu su 2023 računala od kojih je 30 neispravno. Slučajnim odabirom testiramo 15 računala. Kolika je vjerojatnost da su među odabranim računalima:
 - (a) sva ispravna,
 - (b) sva neispravna,
 - (c) točno tri neispravna,
 - (d) barem tri neispravna,
 - (e) najviše tri neispravna?
5. Iz snopa od 52 karte izvlačimo odjednom 6 karata. Kolika je vjerojatnost da među izvučenim kartama ima
 - (a) 3 asa
 - (b) 2 asa i 1 kralj
 - (c) barem jedan as?
6. Istovremeno bacamo šest igračih kocaka. Izračunajte vjerojatnost da
 - (a) su se pojavile točno četiri jedinice,
 - (b) su se pojavile točno četiri jedinice i točno dvije šestice,
 - (c) se svaki neparni broj pojavio točno dvaput,
 - (d) se pojavila barem jedna šestica
 - (e) su se pojavile barem dvije šestice.
7. Brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6 napisani su u slučajnom poretku.
 - (a) Kolika je vjerojatnost da se broj 2 pojavi neposredno nakon broja 1?
 - (b) Kolika je vjerojatnost da su brojevi 1 i 2 susjedni?
8. Zgrada ima 8 katova. U lift je u prizemlju ušlo 6 osoba.
 - (a) Kolika je vjerojatnost da će svaka od njih izaći na različitom katu?
 - (b) Kolika je vjerojatnost da će točno dvije osobe izaći na posljednjem katu?
Prepostavljamo da svaka osoba izlazi na nekom katu.

9. U urni se nalazi pet bijelih i četiri crne kuglice. Izvlačimo na sreću po jednu kuglicu, bez vraćanja, sve dok ne izvučemo crnu kuglicu.
- Odredite sve elementarne događaje i izračunajte njihove vjerojatnosti.
 - Kolika je vjerojatnost da će pokus završiti u prva četiri izvlačenja?
10. Kocku bacamo sve dok se ne pojavi šestica, ali najviše pet puta.
- Odredi sve elementarne događaje i njihove vjerojatnosti.
 - Kolika je vjerojatnost da se šestica pojavila u prva tri bacanja?
 - Kolika je vjerojatnost da se šestica nije pojavila?
11. Bacamo kocku sve dok se ne pojavi petica ili šestica.
- Kolika je vjerojatnost da će pokus završiti u prva četiri bacanja kocke?
 - Kolika je vjerojatnost da pokus neće završiti u prvih sedam bacanja kocke?
12. Dva teretna aviona nezavisno jedan od drugog slijjeću u zračnu luku između 17:00 i 17:30. Svaki avion zauzima pistu na neko vrijeme kako bi došao do mesta za istovar. Tek kada jedan avion napusti pistu, drugi može započeti sa slijetanjem. Prvom avionu je za manevr potrebno 15 minuta, a drugom 20 minuta. Kolika je vjerojatnost da će jedan od njih morati čekati za pravo na slijetanje na pistu?

I2 – Uvjetna vjerojatnost

1. Tri strijelca gadaaju metu nezavisno jedan od drugog. Vjerojatnost pogotka prvog je 0.3, drugog 0.4, a trećeg 0.6. Odredite vjerojatnosti sljedećih događaja:
- barem jedan strijelac je pogodio metu
 - točno dva strijelca su pogodila metu
 - barem dva strijelca su pogodila metu
2. Neka su A i B događaji takvi da je $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(\overline{B}) = \frac{1}{3}$ i $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{6}$.
- Izračunajte $P(A|\overline{B})$ i $P(\overline{A}|B)$.
 - Ispitajte da li su događaji A i B nezavisni.
3. Bačene su četiri kocke. Označimo događaje
- $$A = \{\text{pala su četiri različita broja}\},$$
- $$B = \{\text{pala je barem jedna šestica}\}.$$
- Odredite uvjetnu vjerojatnost $P(A|B)$
 - Ispitajte da li su događaji A i B nezavisni.
4. U nekoj firmi je zaposleno 65% muškaraca. U proteklih godinu dana u toj je firmi napredovalo u poslu 15% muškaraca i 25% žena. Ako je nasumice odabrana osoba napredovala, kolika je vjerojatnost da je to muškarac?

5. Marko u lijevom džepu ima tri kovanice od 2 kune i dvije kovanice od 5 kuna, a u desnom džepu četiri kovanice od 2 kune i dvije od 5 kuna. Marko slučajno odabire dvije kovanice iz lijevog džepa i prebacuje ih u desni džep. Kolika je vjerojatnost da nakon toga on iz desnog džepa izvuče kovanicu od 5 kuna?
6. Student odgovara na pitanje na koje je ponuđeno pet odgovora (četiri netočna i jedan točan). Vjerojatnost da student zna odgovor na pitanje je $\frac{3}{5}$, a vjerojatnost da ne zna, odnosno da pogađa odgovor na sreću je $\frac{2}{5}$.
 - (a) Kolika je vjerojatnost da student odgovori točno na dano pitanje?
 - (b) Ako je student odgovorio točno na dano pitanje, kolika je vjerojatnost da je slučajno pogodio odgovor?
7. U kutiji se nalazi 150 kockica, od kojih su sve ispravne osim triju koje na svim stranama imaju broj 6. Izvučena je na sreću jedna kockica i bačena četiri puta: sva četiri puta pala je na broj 6. Kolika je vjerojatnost da je to neispravna kockica?